

## ALGÈBRE ET APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES

Contrôle, le 17 mars 2001, 14h–16h

Aucun document n'est autorisé. On pourra utiliser tous les résultats du cours, du photocopié et des TD à condition de donner une référence précise. Barème indicatif : **1** : 11 points, **2** : 5 points, **3** : 4 points.

1. Soit  $G$  le sous-groupe de  $S_4$  engendré par les éléments

$$a = (1, 2, 3, 4) \quad \text{et} \quad b = (1, 4)(2, 3).$$

- a. Donner les éléments de  $G$ , l'ordre de  $G$  ainsi que la table de  $G$  (bien indiquer l'ordre de multiplication).
  - b. Donner l'ordre de chacun des éléments de  $G$ .
  - c. Donner les sous-groupes de  $G$  et signaler ceux qui sont distingués.
- 2.
- a. Soit  $\alpha$  une action à gauche non triviale du groupe  $G = \mathbb{Z}/35\mathbb{Z}$  sur l'ensemble  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Montrer que  $E$  contient exactement une orbite de cardinal 5.
  - b. Déterminer le nombre d'actions à gauche non triviales du groupe  $\mathbb{Z}/35\mathbb{Z}$  sur l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
3. Montrer que  $S_{36}$  n'est pas isomorphe à  $A_{36} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ .