

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
L3 DE MATHÉMATIQUES

ARITHMÉTIQUE ET APPLICATIONS

Examen terminal 2nd session, le 20 juin 2024, 9h00-12h00

Documents autorisés, calculatrices interdites.

Exercice 1. Soit $P = X^3 + X^2 + X + 2 \in \mathbb{F}_3[X]$, et soit $K = \mathbb{F}_3[X]/(P)$.

- Montrer que P est irréductible dans $\mathbb{F}_3[X]$.
- En déduire que K est un corps.
- Quel est le cardinal de K ?
- Déterminer un générateur du groupe multiplicatif K^\times de K .

Exercice 2. Soit $n = 3^2 \times 7^2 \times 11$. Déterminer une famille génératrice à 3 éléments du groupe multiplicatif $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$ de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

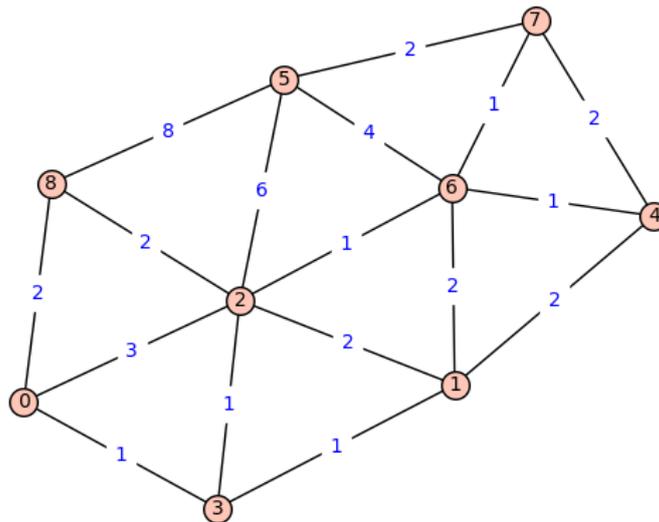
Exercice 3. Déterminer le symbole de Jacobi

$$\left(\frac{431}{1214} \right).$$

Exercice 4. a. Dessiner l'arbre T de code de Prüfer $(5, 1, 3, 5, 8, 1)$.

- Le vérifier en déterminant le code de Prüfer de l'arbre T du a.

Exercice 5. Considérons le graphe pondéré suivant



Dérouler l'algorithme de Dijkstra afin de déterminer le chemin le plus court du sommet 0 aux autres sommets du graphe.