

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
L3 DE MATHÉMATIQUES

ARITHMÉTIQUE ET APPLICATIONS

Examen terminal, le 13 mai 2024, 14h00-17h00

Documents autorisés, calculatrices interdites.

Exercice 1. Soit $P = X^3 - X + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$.

a. Montrer que P est irréductible dans $\mathbb{F}_3[X]$.

Soit $K = \mathbb{F}_3[X]/(P)$. C'est un corps d'après le a.

b. Quel est le cardinal de K ?

c. Déterminer un générateur g du groupe multiplicatif K^\times de K .

d. Déterminer $\log_g(-1)$.

Exercice 2. Déterminer une famille génératrice à 3 éléments du groupe multiplicatif $(\mathbb{Z}/210\mathbb{Z})^\times$ de l'anneau $\mathbb{Z}/210\mathbb{Z}$.

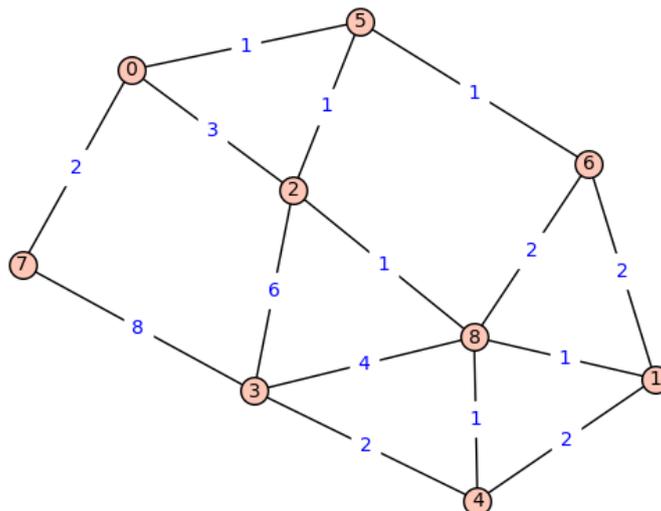
Exercice 3. Déterminer le symbole de Jacobi

$$\left(\frac{263}{646}\right).$$

Exercice 4. a. Dessiner l'arbre T de code de Prüfer $(2, 2, 2, 8, 8, 8)$.

b. Le vérifier en déterminant le code de Prüfer de l'arbre T du a.

Exercice 5. Considérons le graphe pondéré suivant



Dérouler l'algorithme de Dijkstra afin de déterminer le chemin le plus court du sommet 0 aux autres sommets du graphe.