

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
L3 DE MATHÉMATIQUES

ARITHMÉTIQUE ET APPLICATIONS

Contrôle continu, le 16 février 2023, 8h00-8h30

Documents de CM et de TD autorisés. Calculatrices interdites.

Exercice 1. Le but de cet exercice est de déterminer les générateurs du groupe multiplicatif \mathbb{F}_{49}^\times du corps \mathbb{F}_{49} à 49 éléments.

- Quel est le nombre de générateurs de \mathbb{F}_{49}^\times ?
- Déterminer un polynôme irréductible unitaire P dans $\mathbb{F}_7[X]$ de degré 2.

On pose $\mathbb{F}_{49} = \mathbb{F}_7[X]/(P)$.

- Soit $x \in \mathbb{F}_{49}^\times$. Montrer que x est un générateur de \mathbb{F}_{49}^\times si et seulement si $x^{16} \neq 1$ et $x^{24} \neq 1$.
- Déterminer un générateur de \mathbb{F}_{49}^\times .
- En déduire l'ensemble des générateurs de \mathbb{F}_{49}^\times .

Barème sur 20 points :

| | |
|-------------|--------|
| Exercice 1a | 2 pts |
| Exercice 1b | 4 pts |
| Exercice 1c | 2 pts |
| Exercice 1d | 10 pts |
| Exercice 1e | 2 pts |