

Université de Bretagne Occidentale  
UFR Sciences et Techniques  
LICENCE DE MATHÉMATIQUES

ARITHMÉTIQUE ET APPLICATIONS,  
COMBINATOIRE ET GRAPHES

Contrôle continu, le 10 mars 2014, 9h00–9h30

Documents et calculatrices sont interdits.

**Question de cours.** Donner une caractérisation de graphes bipartis en termes de longueurs de cycles.

**Exercice 1.** Soit  $n \geq 3$ . Montrer que le graphe complet  $K_n$  n'est pas biparti.

**Exercice 2.** On définit un graphe  $G = (V, E)$  comme suit. Soit  $V$  l'ensemble des permutations de l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4\}$ , i.e.,  $V = S_4$ . Deux éléments distincts  $\sigma$  et  $\sigma'$  de  $V$  sont reliés par une arête dans  $G$  si et seulement s'il existe une transposition  $\tau$  dans  $S_4$  avec  $\sigma' = \tau\sigma$ .

- a. Quel est le nombre de sommets de  $G$  ?
- b. Montrer que le graphe  $G$  est 6-régulier.
- c. Quel est le nombre d'arêtes de  $G$  ?
- d. Le graphe  $G$  est-il connexe ?
- e. Montrer que le graphe  $G$  est biparti.