Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
L2 DE MATHEMATIQUES

ANALYSE NUMERIQUE ET PROGRAMMATION

Examen terminal, le 2 mai 2018, 8h30-11h30

Documents et calculatrices interdits.

Exercice 1. a. Quel est le plus grand nombre à virgule flottante double précision Ω (différent de `Inf` et `NaN`) ?

b. Quel est le plus petit nombre à virgule flottante double précision strictement positif ω ?

c. Quel est le plus petit nombre à virgule flottante double précision normalisé strictement positif ν ?

d. Que vaut la somme $\nu + \omega$ en double précision ?

e. Que vaut la somme $2\nu + \omega$ en double précision ?

f. A-t-on $(2\nu + \omega) + \omega = 2\nu + (\omega + \omega)$? Expliquer la réponse.

Exercice 2. Soient `L1` et `L2` deux listes d'entiers dans Python3. On suppose que ces listes sont triées, c-à-d

$$\texttt{L1[0]} \leq \texttt{L1[1]} \leq \cdots \leq \texttt{L1[n1-1]}$$

et

$$\texttt{L2[0]} \leq \texttt{L2[1]} \leq \cdots \leq \texttt{L2[n2-1]}$$

où `n1=len(L1)` et `n2=len(L2)`. On voudrait fusionner les listes `L1` et `L2` et faire une liste triée `L` contenant tous les éléments de `L1` et `L2` en déroulant l'algorithme suivant : On compare les premiers éléments `L1[0]` et `L2[0]` des listes `L1` et `L2`. Si `L1[0]` $\leq$ `L2[0]`, on pose `L[0]=L1[0]` et puis on compare `L1[1]` et `L2[0]`. Sinon, on pose `L[0]=L2[0]` et puis on compare `L1[0]` et `L2[1]`. Dans les deux cas, on pose `L[1]` égal au plus petit de la deuxième comparaison, et on continue ainsi. Par exemple, si

`L1=[1,4,5,6]` et `L2=[2,3,7]`,

on aura successivement les déclarations

`L[0]=L1[0]`, `L[1]=L2[0]`, `L[2]=L2[1]`, `L[3]=L1[1]`,
`L[4]=L1[2]`, `L[5]=L1[3]`, `L[6]=L2[2]`

pour obtenir

`L=[1,2,3,4,5,6,7]`.

Ecrire deux programmes en Python3, l'un récursif, l'autre non, chacun prenant en entrée deux listes triées d'entiers `L1` et `L2` et rendant la liste fusionnée `L`.

T. S. V. P.

Exercice 3. Soit A la matrice définie par

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

a. Déterminer la norme matricielle $||A||$ de A.

b. Déterminer la norme matricielle $||A^{-1}||$ de A^{-1}.

c. Déterminer le conditionnement $c(A)$ de A.

Exercice 4. Soit A la matrice définie par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 11 \end{pmatrix}.$$

a. Déterminer la décomposition LU de A.

b. En déduire la décomposition de Cholesky de A.

c. Déterminer la décomposition de Cholesky de A par la méthode de Cholesky.

Barème sur 20 points :

Exercice 1	4 pts
Exercice 2	6 pts
Exercice 3	5 pts
Exercice 4	5 pts

T. S. V. P.