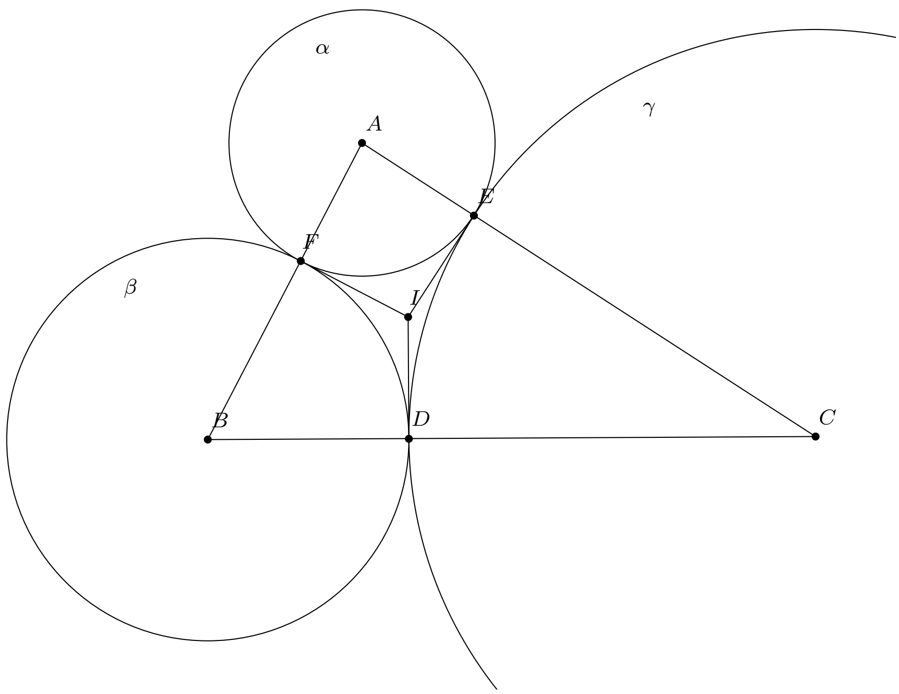
Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE DE MATHEMATIQUES

GEOMETRIE

Examen terminal, le 12 décembre 2016, 8h00-9h30

Documents autorisés. On pourra se servir de tous les résultats du cours ou TD sous condition d'y faire référence précise.

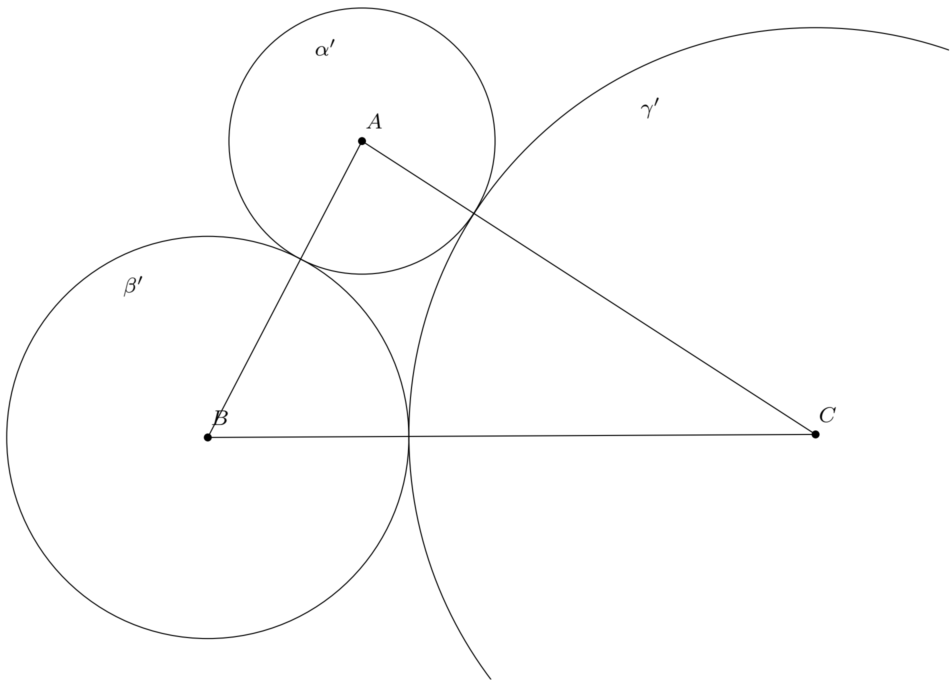
Exercice 1. Soit ABC un triangle et I le centre de son cercle inscrit. Soient ID, IE et IF les droites passant par le point I et perpendiculaires aux côtés du triangle ABC comme dans la figure ci-dessous. Soient α, β, γ les cercles de centres A, B, C, et de rayons AE, BF, CD, respectivement.



a. Montrer que les cercles α, β, γ passent par les points F, D, E, respectivement.

b. Montrer que les cercles α, β, γ sont deux-à-deux tangents extérieurement. (Rappelons que deux cercles sont tangents s'ils ont une droite tangente en commun, ayant même point de tangence. La tangence est extérieure si aucun des deux cercles n'est inclus dans l'autre.)

c. Soient α', β', γ' des cercles de centres A, B, C, respectivement. Supposons que α', β', γ' sont deux-à-deux tangents extérieurement.



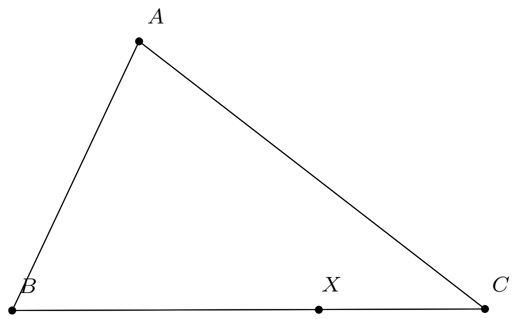
Montrer que

$$\alpha' = \alpha, \quad \beta' = \beta \quad , \gamma' = \gamma.$$

(Indication : soient u, v, w les rayons des cercles α', β', γ'. Exprimer u, v, w en a, b, c, s, ce dernier étant le demi-périmètre $\frac{1}{2}(a+b+c)$ du triangle ABC.)

Exercice 2. Soit ABC un triangle. Comment construire avec règle et compas le point X sur le côté BC du triangle qui a la propriété que

$$AB + BX = XC + CA?$$



(Se contenter d'énoncer les différentes étapes.)