

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE 1 ENTREE A IMP
ALGEBRE ET ANALYSE

Partiel mi-semester de rattrapage
le 5 décembre 2006, 14h00-15h00

Documents et calculatrices sont interdits.

Barème indicatif. Question de cours : **4 pts**, exercice 1 : **6 pts**, exercice 2 : **10 pts**

Question de cours. Montrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.

Exercice 1. Soit F_n le n-ième nombre de Fermat, i.e.,

$$F_n = 2^{2^n} + 1,$$

où $n \in \mathbb{N}$. Montrer, par récurrence, que

$$F_{n+1} = 2 + F_0 F_1 \cdots F_n$$

quel que soit $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2. a. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 + (3 - 2i)z + 8 + 6i = 0.$$

b. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$w^4 + (3 - 2i)w^2 + 8 + 6i = 0.$$