UFR Mathématiques, Université de Rennes 1
Licence de Mathématiques

ALGEBRE ET APPLICATIONS GEOMETRIQUES

Contrôle, le 9 mars 2002, 8h–10h

Aucun document n'est autorisé. On pourra utiliser tous les résultats du cours, du polycopié et des TD.

1. Déterminer le cardinal du sous-groupe G de S_4 engendré par les permutations $\sigma = (1,2,3)$ et $\tau = (1,2,4)$.

2. a. Soit D le sous-ensemble des matrices diagonalisables de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$. Est-ce que D est un sous-groupe de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$?

b. Soit E le sous-ensemble des matrices diagonalisables de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$. Est-ce que E est un sous-groupe de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$?

3. Soit μ_4 le groupe multiplicatif $\{1, i, -1, -i\}$. Montrer qu'il n'y a pas de morphisme surjectif de S_4 dans μ_4.

4. Soit n un entier naturel. Soit E l'ensemble $\{1, 2, 3, \dots, n\}$. On définit une loi externe

$$\cdot : S_n \times E^2 \longrightarrow E^2$$

par $\sigma \cdot (x, y) = (\sigma(x), \sigma(y))$ quels que soient $\sigma \in S_n$ et $(x, y) \in E^2$.

a. Montrer que la loi $\cdot$ définit une action à gauche de S_n sur E^2.

b. Déterminer le nombre d'orbites de E^2 pour l'action de S_n.