

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE DE MATHÉMATIQUES

ARITHMÉTIQUE ET APPLICATIONS,
COMBINATOIRE ET GRAPHES

Contrôle continu, le 7 avril 2014, 9h00–9h30

Question de cours. Montrer qu'un corps fini est de cardinal p^n avec p premier et n un entier naturel non nul.

Exercice 1. Soit P le polynôme dans $\mathbb{F}_3[X]$ défini par $P = X^2 + 1$.

a. Montrer que P est irréductible.

Soit K le corps $\mathbb{F}_3[X]/(P)$ et notons $\alpha = \bar{X}$ dans K .

b. Montrer que P n'est pas irréductible dans $K[X]$.

c. Décomposer P dans $K[X]$ en facteurs irréductibles.

d. Montrer que la famille $1, \alpha$ est une base de K comme \mathbb{F}_3 -espace vectoriel.

e. Quel est le cardinal du groupe multiplicatif K^\times ?

f. Quel est le nombre de générateurs de K^\times ?

g. L'élément α est-il générateur de K^\times ?

h. Déterminer un générateur de K^\times .