Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE DE MATHEMATIQUES

ANALYSE DANS $\mathbb{R}^n$

Contrôle continu, le 5 février 2013, 13h45-14h15

Documents et calculatrices sont interdits.

Nom, prénom :

Exercice 1. Soient f_1 et f_2 les fonctions réelles définies sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par

$$f_1(t) = e^{-\frac{1}{t}} \cos(t) \quad \text{et} \quad f_2(t) = e^{-\frac{1}{t}} \sin(t).$$

Soit $f\colon]0,+\infty[\to \mathbb{R}^2$ définie par $f(t) = (f_1(t), f_2(t))$.

a. Montrer que f est continue sur $]0,+\infty[$.

b. La limite de $f(t)$ lorsque t tend vers 0 par valeurs strictement positives, existe-t-elle ? Si oui, la déterminer. Sinon, dire pourquoi elle n'existe pas.

c. Peut-on prolonger f par continuïté sur $[0,+\infty[$?

d. La limite $\lim_{t\to+\infty} f(t)$ existe-t-elle ? Si oui, la déterminer. Sinon, dire pourquoi elle n'existe pas.