

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE 1ERE ANNEE IMP ENTREE A
PARCOURS MASS

ALGEBRE LINEAIRE 1

Contrôle continu, le 4 mai 2007, 11h45–12h15

Documents et calculatrices sont interdits. Rédiger directement sur cette feuille même (recto ou verso). N'oubliez pas d'inscrire votre nom.

Nom :

Exercice 1. Soit $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'application linéaire définie par

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 3y \\ 2x \\ -x + 2y \end{pmatrix}.$$

Soient \mathcal{B} la base canonique de \mathbb{R}^2 , et \mathcal{C} la base canonique de \mathbb{R}^3 . Soient

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, w_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, w_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Soient \mathcal{B}' la famille v_1, v_2 et \mathcal{C}' la famille w_1, w_2, w_3 .

- a. Déterminer la matrice A de f dans les bases \mathcal{B} et \mathcal{C} .
- b. Montrer que la famille \mathcal{B}' est une base de \mathbb{R}^2 .
- c. Montrer que la famille \mathcal{C}' est une base de \mathbb{R}^3 .
- d. Quelle est la matrice de passage P de \mathcal{B} à \mathcal{B}' ?
- e. Quelle est la matrice de passage Q de \mathcal{C} à \mathcal{C}' ?
- f. Déterminer la matrice A' de f dans les bases \mathcal{B}' et \mathcal{C}' .