Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE PARCOURS 1

ALGEBRE ET GEOMETRIE

Contrôle continu, le 26 novembre 2014, 11h55-12h15

CORRIGE et BAREME

Exercice 1. (**1 pt** pour une bonne réponse, **-1 pt** pour une mauvaise, **0 pt** pour une absence de réponse.)

a. Faux
b. Vrai
c. Faux
d. Faux

Exercice 2. a. Montrons que la relation R est réflexive, symétrique et transitive **(1 pt)**. Un entier naturel n possède autant de chiffres que lui-même. La relation est donc bien réflexive. Si m et n ont même nombre de chiffres, il en est de même pour n et m. La relation R est donc symétrique. Si m et n ont même nombre de chiffres et n et p également, alors m et p ont même nombre de chiffres. La relation R est donc transitive. Par conséquent, R est une relation d'équivalence. **(1 pt)**

b. **(1 pt)** La classe d'équivalence $\overline{3}$ de 3 est le sous ensemble des entiers naturels n tels que $n\,R\,3$. Cela veut dire que $\overline{3}$ est le sous-ensemble des entiers naturels n qui ont autant de chiffres que le nombre 3, c-à-d 1 chiffre. Du coup,

$$\overline{3} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

c. **(1 pt)** De la même manière, $\overline{36}$ est le sous-ensemble des entiers naturels à 2 chiffres, i.e.,

$$\overline{36} = \{10, 11, 12, \ldots, 99\}.$$

Cet ensemble contient $99 - 9 = 90$ éléments.

d. **(2 pts)** Le quotient $\mathbb{N}/R$ est infini. En effet, l'entier naturel 10^a possède $a+1$ chiffres pour tout $a \in \mathbb{N}$. Du coup, 10^a et 10^b ne sont pas équivalents lorsque $a \neq b$. Les classes d'équivalence $\overline{10^a}$ sont donc distincts pour $a \in \mathbb{N}$. Le quotient $\mathbb{N}/R$ qui est l'ensemble des classes d'équivalence d'éléments de $\mathbb{N}$ est donc infini.