

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE ENTREE A, IMP

ALGEBRE ET ANALYSE

Partiel mi-semestre de rattrapage, le 14 avril 2006, 9h00-10h00

Documents et calculatrices sont interdits.

Barème indicatif. Question de cours : **4 pts**, exercice 1 : **6 pts**, exercice 2 : **5 pts**, exercice 3 : **5 pts**

Question de cours. Énoncer le Théorème de la division euclidienne.

Exercice 1. Soit E l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$ et soit $f: E \rightarrow E$ l'application définie par

$$f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 2.$$

- Déterminer $f \circ f$
- Montrer que $f \circ f \circ f \circ f = f$.
- A-t-on $f \circ f \circ f = \text{id}$? Pourquoi?
- Est-ce que f est bijective?
- Déterminer le sous-ensemble $f(\{1, 2\})$ de E .
- Déterminer le sous-ensemble $f^{-1}(\{2, 3\})$ de E .

Exercice 2. Montrer par récurrence que l'entier $2^{3^n} - 2$ est divisible par 3 quel que soit $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 3. a. Déterminer les racines carrées du nombre complexe $15 - 8i$.

b. Déterminer les solutions dans \mathbb{C} de l'équation

$$z^2 + (2 - 3i)z - (5 + i) = 0.$$