

Université de Bretagne Occidentale  
Département de Mathématiques  
DEUG STU 2ème année

MATHEMATIQUES APPLIQUES

Examen terminal, 15 janvier 2004, 14h00–16h00

Documents et calculatrices sont interdits.

**Exercice 1.** Résoudre l'équation différentielle  $y'' - 2y' + 5y = 0$ .

**Exercice 2.** Soit  $\text{sh}$  la fonction réelle définie par

$$\text{sh}(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

- a. Déterminer le développement limité de  $\text{sh}$  en  $x = 0$  à l'ordre 5.
- b. Déterminer la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6\text{sh}(x) - 6x - x^3}{x^5}.$$

**Exercice 3.** Soit  $A$  la matrice  $3 \times 3$  définie par

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Montrer que  $A$  est inversible et calculer  $A^{-1}$ .

**Exercice 4.** On veut voir si la tension artérielle  $Y$  est corrélée à l'âge  $X$ . Après mesures et calculs, on obtient :

$$\begin{array}{lll} \text{Moyennes :} & \bar{Y} = 13,5 & \bar{X} = 35 \text{ ans} \\ \text{Variances :} & V(Y) = 4 & V(X) = 64 \\ \text{Covariance :} & \text{Cov}(X, Y) = 10 & \end{array}$$

Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$ .

**Exercice 5.** Soit  $a > 0$  un réel. On considère la fonction réelle  $f$  définie de la façon suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(a^2 - x^2) & \text{si } x \in [-a, a], \text{ et} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- a. Déterminer  $a$  pour que  $f$  soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire  $X$ .
- b. Calculer l'espérance  $E(X)$  et la variance de  $X$  pour la valeurs de  $a$  trouvée précédemment.