

Université de Bretagne Occidentale
Département de Mathématiques
DEUG STPI 1ère année
MATHEMATIQUES

Examen terminal, 15 juin 2004, 13h30–15h00

Documents et calculatrices sont interdits.

Exercice 1. Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 1}{x^4 - x^2}.$$

Exercice 2. Soit f la fonction réelle définie par

$$f(x) = \cos^5(x) + 4 \cos(x).$$

- Déterminer le plus grand intervalle I contenant $\frac{\pi}{2}$ sur lequel f est monotone.
- Déterminer l'image $J = f(I)$.
- Montrer que f est une bijection de I sur J .
- Calculer $f(\frac{3\pi}{4})$.
- Soit $g: J \rightarrow I$ l'application réciproque de f . Calculer la dérivée de g en $\frac{-17}{4\sqrt{2}}$.

Exercice 3. Soit sh la fonction réelle définie par

$$\text{sh}(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

- Déterminer le développement limité de sh en $x = 0$ à l'ordre 5.
- Déterminer la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6\text{sh}(x) - 6x - x^3}{x^5}.$$